

$$1. a) \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{54} + 4\sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{2^4} - 2\sqrt[3]{2 \cdot 3^3} + 4\sqrt[3]{2 \cdot 5^3} = 2\sqrt[3]{2} - 6\sqrt[3]{2} + 20\sqrt[3]{2} = 16\sqrt[3]{2}$$

b) Calculamos sus raíces por Ruffini, y obtenemos $x = 1$, $x = -1$ y $x = -3$. Por tanto, la factorización del polinomio es $P(x) = (x-1)(x+1)(x+3)$

2. a) Calculamos primero la pendiente de la recta: $m = \frac{5 - (-1)}{3 - 2} = \frac{6}{1} = 6$ y aplicamos entonces la ecuación punto-pendiente: $y = 5 + 6(x - 3)$ y despejando obtenemos $6x - y - 13 = 0$

b) Como esta recta también tiene pendiente 6, las rectas son paralelas. También se puede justificar viendo que: $\frac{6}{6} = \frac{-1}{-1} \neq \frac{-13}{1}$

c) Como las rectas son paralelas, basta con tomar un punto de la primera (por ejemplo el B(3,5)) y calcular la distancia de este punto a la recta $6x - y + 1 = 0$ utilizando la fórmula:

$$d((3,5), r) = \frac{|6 \cdot 3 - 5 + 1|}{\sqrt{6^2 + (-1)^2}} = \frac{14}{\sqrt{37}} \text{ udl}$$

3. a) Sabemos que la función es una parábola cóncava. Calculamos los puntos de corte con los ejes, así como el vértice de la parábola.

- Corte eje OY: $x = 0 \Rightarrow y = 15$. Así, corta en (0,15).

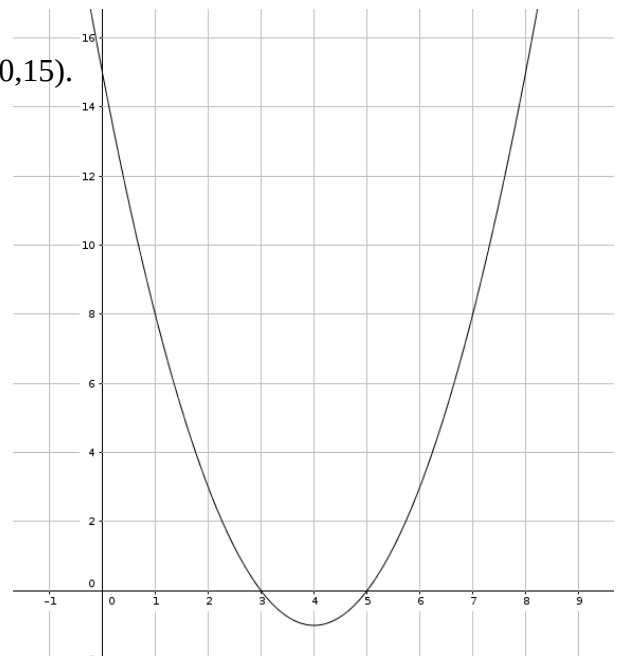
- Corte eje OX: $y = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0$

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} = \begin{cases} x = \frac{8+2}{2} = 5 \\ x = \frac{8-2}{2} = 3 \end{cases}$$

Así, corta en (5,0) y (3,0).

- Vértice: $V_x = \frac{8}{2} = 4$, $V_y = 4^2 - 8 \cdot 4 + 15 = -1$

El vértice es V(4,-1).



b) El límite da como resultado una indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$. Para resolverla, hacemos:

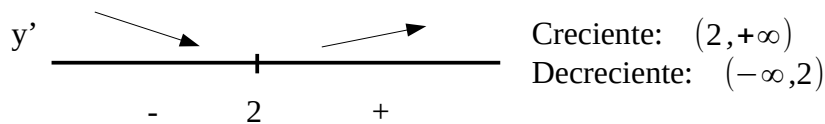
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 7x - 1}{x^2 - 6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 = 2$$

c) El límite da como resultado una indeterminación $\frac{0}{0}$. Para resolverla, factorizamos:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x+2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

4. a) Para estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función, la derivamos y la igualamos a cero para saber donde cambia de crecer a decrecer:

$$y = 2x^2 - 8x \Rightarrow y' = 4x - 8 \quad . \text{ Así, } y' = 0 \Rightarrow 4x - 8 = 0 \Rightarrow x = 2$$



- b) Como la función $y = x^2 - x + 1$ no corta al eje OX , para calcular el área pedida calculamos:

$$\int_0^3 (x^2 - x + 1) dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x \right]_0^3 = \left(\frac{3^3}{3} - \frac{3^2}{2} + 3 \right) - (0^3 - 0^2 + 0) = 9 - \frac{9}{2} + 3 = 12 - \frac{9}{2} = \frac{24 - 9}{2} = \frac{15}{2} \text{ uda}$$

5.
a)

x_i	f_i	F_i
3	5	5
4	5	10
5	4	14
6	3	17
7	2	19
N=19		

- b) Moda: Leer 3 y 4 libros al mes.

Mediana: $Me =$ leer 4 libros

Para calcularla hacemos $N/2=9.5$, y buscamos el valor que ocupa la posición 10 en la columna F_i .

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 2}{19} = \frac{87}{19} = 4.579 \approx 5 \text{ libros}$$

- c) Primero calculamos la varianza y después la desviación típica:

$$Var = \frac{3^2 \cdot 5 + 4^2 \cdot 5 + 5^2 \cdot 4 + 6^2 \cdot 3 + 7^2 \cdot 2}{19} - 4.579^2 = \frac{431}{19} - 4.579^2 = 1.717$$

$$\sigma = \sqrt{1.717} = 1.31$$