1. a) Sacando factor común, tenemos que: $P(x)=x(x^2-1)$ y, seguidamente, podemos descomponer el segundo factor resolviendo la ecuación de segundo grado o viendo que es una identidad notable. Así, tendríamos: $P(x)=x\cdot(x-1)\cdot(x+1)$

   b) El mínimo común múltiplo de los denominadores es $(x-1)\cdot(x+1)$, por tanto:

$$\frac{x-4}{x^2-1}+\frac{3}{x+1}=\frac{x-4}{(x+1)(x-1)}+\frac{3(x-1)}{(x+1)(x-1)}=\frac{4x-7}{(x+1)(x-1)}$$

2. a) $\sin(35^o)=\frac{12}{x}\Rightarrow x=\frac{12}{\sin(35^o)}=20.92\,m$ el alambre que sujeta el poste de 12 m.

   De la misma forma: $\sin(50^o)=\frac{9}{y}\Rightarrow y=\frac{9}{\sin(50^o)}=11.75\,m$ para sujetar el de 9 m.

   En total, se necesitan 32.67m para sujetar los postes.

   b) Para calcular la distancia entre las antenas, podemos proceder de forma análoga utilizando el coseno o la tangente de los ángulos:

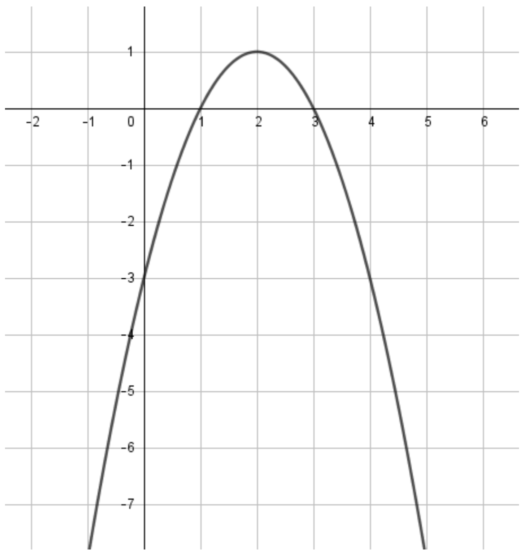
   $\tan(35^o)=\frac{12}{z}\Rightarrow z=\frac{12}{\tan(35^o)}=17.14\,m$ de la antena de 12m al anclaje del suelo.

   $\tan(50^o)=\frac{9}{t}\Rightarrow t=\frac{9}{\tan(50^o)}=7.55\,m$ del anclaje del suelo a la antena de 9m.

   Por tanto, la distancia entre las antenas es la suma de las anteriores, es decir, 24.69m.

   Notar que esta distancia se hubiera podido calcular también aplicando el teorema de Pitágoras.

3. a) Sabemos que la función es una parábola convexa. Calculamos los puntos de corte con los ejes, así como el vértice de la parábola.



   - Corte eje OY: $x=0\Rightarrow y=-3$. Así, corta en (0,-3).
   - Corte eje OX: $y=0\Rightarrow -x^2+4x-3=0$

$$-x^2+4x-3=0\Rightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{16-12}}{-2}=\begin{cases} x=\frac{-4+2}{-2}=1 \\ x=\frac{-4-2}{-2}=3 \end{cases}$$

   Así, corta en (1,0) y (3,0).

   - Vértice: $V_x=\frac{-4}{-2}=2$, $V_y=-2^2+4\cdot 2-3=1$

   El vértice es V(2,1).

b) El límite da como resultado una indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$. Para resolverla, hacemos:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2-5}}{x+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x}=1$$

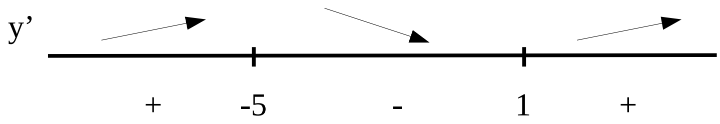
c) El límite da como resultado una indeterminación $\frac{0}{0}$. Para resolverla, factorizamos:

$$\lim_{x\to-3}\frac{x^2+2x-3}{x^2-9}=\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)(x-1)}{(x-3)(x+3)}=\lim_{x\to-3}\frac{x-1}{x-3}=\frac{-4}{-6}=\frac{2}{3}$$

4. a) Para estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función, la derivamos y la igualamos a cero para saber dónde cambia de crecer a decrecer:

$y=x^3+6x^2-15x\Rightarrow y'=3x^2+12x-15$. Así,

$$y'=0\Rightarrow 3x^2+12x-15=0\Rightarrow x=\frac{-12\pm\sqrt{144+180}}{6}=\left\{\begin{array}{l} x=\frac{-12+18}{6}=1 \\ x=\frac{-12-18}{6}=-5 \end{array}\right\}$$



Creciente: $(-\infty,-5)\cup(1,+\infty)$
Decreciente: $(-5,1)$

Además, como la función es continua en todo el dominio, podemos asegurar que tendrà un máximo relativo en *x = -5* y un mínimo relativo en *x = 1*. Substituyendo estos valores de x en la función original, obtenemos que el máximo está en el punto (-5, 100) y el mínimo en (1,-8)

b)

$$\int_{-1}^{2}(x^2-4x-5)dx=[\frac{x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}-5x]_{-1}^{2}=[\frac{x^3}{3}-2x^2-5x]_{-1}^{2}=(\frac{2^3}{3}-2\cdot2^2-5\cdot2)-(\frac{(-1)^3}{3}-2\cdot(-1)^2-5\cdot(-1))=$$

$$(\frac{8}{3}-8-10)-(\frac{-1}{3}-2+5)=(\frac{8}{3}-18)-(\frac{-1}{3}+3)=-18$$

5.
a)

	F	$\overline{F}$	Total
A	92	26	118
$\overline{A}$	480	402	882
Total	572	428	1000

b) $P(F)=\frac{572}{1000}=0.572$

c) $P(A)=\frac{118}{1000}=0.118$

d) $P(\overline{F}\cap A)=\frac{26}{1000}=0.026$

e) $P(A|F)=\frac{P(A\cap F)}{P(F)}=\frac{\frac{92}{1000}}{\frac{572}{1000}}=\frac{92}{572}=0.161$